物理学 A(電磁気学) 試験問題

(教官名) 新田英雄 (クラス) 理 1 18,19 (試験実施日) 平成 14 年 2 月 12 日 (火) 4 限 (15:00-16:30, 90 分)
教科書等の持ち込み不可, 答案用紙: 両面 1 枚, 計算用紙:必要.

真空中に電荷密度 $\rho(\mathbf{r},t)$、電流密度 $\mathbf{j}(\mathbf{r},t)$ が分布しているとき電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ 磁束密度 $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ は Maxwell 方程式

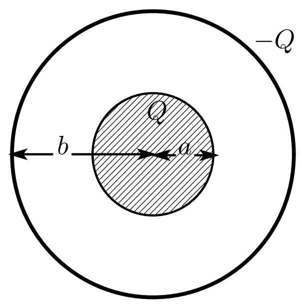
$$\mathrm{div}\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \mathrm{rot}\mathbf{B} - \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0\mathbf{j}, \quad \mathrm{div}\mathbf{B} = 0, \quad \mathrm{rot}\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$$

を満たす。ここに ε_0 と μ_0 は、それぞれ真空の誘電率と透磁率である。問題の解答に用いる物理量は、明確にその定義を与えること。また、問題が互いに関連すると考えられるときは他の問題で得られた結論を用いてよい。解答には SI 単位系を用いること。

1. 電荷 Q_1 及び Q_2 が距離 R だけ離れて固定されている。これらの電荷にはたらく力は Coulomb の法則に従う。与えられた Maxwell 方程式から出発して、Coulomb の法則を導け。

2. 直線状の定常電流がつくる磁場に関する、次の問いに答えよ。
   (a) 与えられた Maxwell 方程式から出発して、直線状の定常電流 I がつくる磁場を導け。
   (b) 直線の方向を z 軸に取る。xy 平面上の点 $(0,0)$ を通り z 軸に平行な直線状の定常電流 I が上向きに流れている。同じく xy 平面上の点 $(a,0)$ を通り z 軸に平行な直線状の定常電流 J が上向きに流れている。このとき、xy 平面上の任意の点 (x,y) における磁場を成分で表せ。

3. 下図のように、半径 a の球内および同心で半径 b の厚さの無視できる球殻上に、一様な電荷密度で電荷が分布している。それ以外の領域は真空とする。以下の問いに答えよ。ただし、球内および球殻の総電荷をそれぞれ Q、$-Q$ とする。
   (a) 電場の大きさを、中心からの距離 r の関数として求めよ。また、そのグラフも描け。
   (b) $0 < r < a, \quad a < r < b, \quad r > b$ の 3 つの空間領域に蓄えられる静電場のエネルギーをそれぞれ求めよ。ただし、無限遠方での値を 0 とする。



4. 静磁場を表す式 $\mathrm{rot}\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{j}$ を、電場・磁場や電荷・電流密度が時間的に変動する場合にそのまま適用しようとすると、ある物理的な矛盾に直面する。その矛盾とは何か。また、Maxwell は、その矛盾を解消するべく $\varepsilon_0(\partial\mathbf{E}/\partial t)$ なる項 (Maxwell の変位電流と呼ばれる) を、理論的な観点から導入した。これにより上記の矛盾はどのように解消されるのか。式を有効に用いつつ説明せよ。

(以上)