物理学 A(電磁気学) 試験問題

(教官名) 新田英雄 (クラス) 理 1 24,25

(試験実施日) 平成 18 年 2 月 9 日 (木) 4 限 (15:00-16:30, 90 分)

真空中に電荷密度 $\rho(\mathbf{r},t)$、電流密度 $\mathbf{j}(\mathbf{r},t)$ が分布しているとき電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ 磁束密度 $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ は Maxwell 方程式

$$\mathrm{div}\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \mathrm{rot}\mathbf{B} - \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0\mathbf{j}, \quad \mathrm{div}\mathbf{B} = 0, \quad \mathrm{rot}\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$$

を満たす。ここに ε_0 と μ_0 は、それぞれ真空の誘電率と真空の透磁率である。問題の解答に用いる物理量は、明確にその定義を与えること。解答には SI 単位系を用いること。また，問題に指定されていない限り Maxwell 方程式から出発するのではなく，適切な法則を使って問題を解いてよい。

1. 与えられた Maxwell 方程式から，原点に置かれた電荷 Q の点電荷がつくる Coulomb 電場はどのように導かれるか。

2. 電荷の保存則を簡潔な文章で説明せよ（図を用いてもよい)。また，与えられた Maxwell 方程式から，電荷の保存則が導かれることを示せ。

3. 　電場と磁場の存在する空間を点電荷 q が運動している。このとき，電磁場が荷電粒子に対してする単位時間当たりの仕事（仕事率：荷電粒子の単位時間当たりの運動エネルギーの変化に等しい）を求めよ。

4. 厚さの無視できる，断面が同心円状の 2 本のパイプがある。パイプはそれぞれ一様に帯電している。内側のパイプの半径および面電荷密度をそれぞれ R_1 および ρ_1，外側のパイプの半径および面電荷密度をそれぞれ R_2 および ρ_2 とするとき，生じている電場を中心軸からの距離 R の関数として求めよ。パイプは無限に長いと仮定する。

5. 次の問いに答えよ。
   (a) マックスウェル方程式に基づく古典電磁気学では、単磁極（単磁荷）は存在できない。その理由を説明せよ。
   (b) 半径 R の定常円電流 I がある。円の中心を原点とし、円に垂直な方向に z 軸をとる（電流の流れる向きに対して右ネジの向きを正とする）。z 軸上の磁束密度を求めよ。また、$z \gg R$ のとき、磁束密度は近似的にどのように表わされるか。
   (c) 単磁荷が存在すると想定する。そして，大きさ q_m の単磁荷は、電荷と同様の Coulomb 型の磁場をつくるとする。すなわち，その磁束密度の大きさが $q_m/(4\pi r^2)$ で，向きは単磁荷から放射状であるとする (r は単磁荷から磁場の観測点までの距離)。z 軸上の $z = d/2$ に $+q_m$、$z = -d/2$ に $-q_m$ の単磁荷を配置した「磁気双極子」を考えるとき，この磁気双極子と上問の円電流がそれぞれ z 軸上につくる磁場の $z \gg R, d$ における振る舞いが等しいことを示せ。また、$q_m d$（磁気双極子モーメントと呼ばれる）を，円電流の量で表せ。

(以上)