

相対論的な列車の長さはどのように「見える」か？

静止しているときの長さが l_0 の棒状物体が速さ v で等速直線運動している場合、その物体の長さは Lorentz 収縮して $l = l_0/\gamma$ となる。ここに $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ は Lorentz 因子である ($\beta = v/c$)。しかし、このことは、この物体の長さが l に見えるということの意味しない。ある物体が見えるためには、反射光であれ、自ら出す光であれ、その物体から出る光が目には到達しなければならない。これは当たり前のことであるが、光速に近い速度で運動する物体においては (これは即ちその運動を記述するためには相対論を必要とする物体のことである)、光速が有限であるために随分と見え方が異なってしまう。つまり、ある部分から出た光が目には届く間に他の部分が動いてしまうことが見え方に影響するのである。

このことを簡単に理解するために、一次元で上記の物体がどのように見えるかを考えよう。これは、真っ直ぐな線路を相対論的な速度で走る列車の長さが、線路際に立っている人にとってどう見えるかという問題に相当する。

最初に、列車が観測者に近づいてくる場合を考えよう。ある時刻に列車の後端からでた光が先端に届くまでの時間を τ とすると、後端にその光が届くまでに列車は $v\tau$ だけ進んでいるので

$$c\tau = l + v\tau \quad (1)$$

が成立する。後端から出た光と先端から出た光が同時に着いたときに観測者は列車を見たことになるのだから、目に見える列車の長さ a_c は $c\tau$ に等しい。(1) 式より

$$\tau = \frac{l}{c-v} \quad (2)$$

であるから、

$$a_c = \frac{l}{1-\beta} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} l_0 \quad (3)$$

を得る。

次に、列車が観測者から遠ざかる場合を考える。(1) 式に対応して

$$c\tau = l - v\tau \quad (4)$$

であるから、目に見える列車の長さを a_g とすると、先の近づいてくる場合と同様に考えて

$$a_g = \frac{l}{1+\beta} = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} l_0 \quad (5)$$

を得る。

Oct.10, 2002
Hideo Nitta