東京学芸大学附属世田谷中学校公開授業研究会 公開授業　第２学年 数学科学習指導案	授業者	松本　紘一朗
	授業学級	２年Ａ組（男子 17 名，女子 18 名）

授業テーマ	証明の仕組み：角の二等分線と垂線の関係を読む

１．本時の目標

（１）三角形の合同の証明を通して、作図方法の理由を説明することができる

（２）証明した事柄同士を比較し、垂線の作図と角の二等分線の作図の関係を理解することができる

２．本時の位置づけ

本単元は第４章「平行と合同」の第２節「合同と証明」である．生徒はこれまで認めてきた事実を，いつでも・なぜ成り立つかを論理的・演繹的に説明する方法を学習する．さらにその中で仮定と結論の関係を理解したり，総合的・解析的な考え方を働かせたりしながら，論理的に考察し表現することを学習する．図形の学習は鈴木が担当してきており，これまでの指導については鈴木の指導案で確認されたい．

本時はその導入であり，三角形の合同証明の形式を学ぶことが一般的である．確かに，三角形の合同証明の第一時として，まずその書き方，ひいては証明の全体像を学ぶことも重要である．しかしながら，その後数多くの合同証明を経験する生徒たちに対し，単に証明の書き方を与えることは意義あることだろうか．例えば，國宗(2017)では，証明の必要性に関する調査研究が整理されているが，数学的な推論の必要性・意味及び方法を理解することは容易ではないことが示されている．生徒が証明の必要性・証明のよさを感得するのに適切な導入題とは何だろうか．

以上の問題意識から本時では，角の二等分線の作図方法の証明を選択した．作図により角が二等分される根拠を，第１学年段階ではたこ形（またはひし形）の「線対称」に求めることができるが，実際，「中２の証明で明確になる」と先送りにすることも多い．事実，直観的・体験的な学習を重視する立場のほか，角の二等分線が２直線から等距離にある点の集合であることに着目することを重視して学習を設計することもあり，演繹的に説明することは避けるべくして避けている面もある．であれば，作図を思い起こし，その理由を証明することは生徒にとっての問題になるのではないかと考えた．

３．本時の概要

（１）本授業の主張

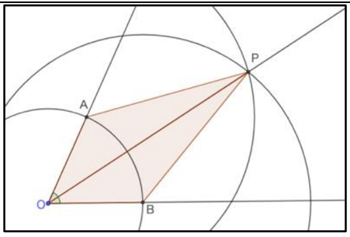
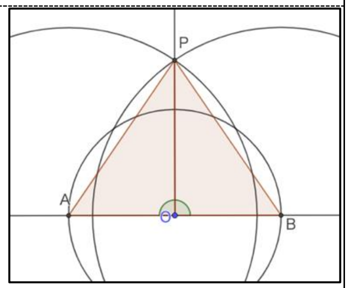
作図を証明の導入に取り入れることは教科書でも想定され，角の二等分線の後に垂線（ある直線上の点からその直線に対する垂線）の作図を扱うことがある．本授業はここに着目した．垂線は角の二等分線の特殊であり，角の二等分線を証明した以上，(合同)証明の必要性はない．例題として角の二等分線の証明をしたのち，演習として垂線を扱うだけでは，生徒は証明をかくことのみを学ぶことになる．垂線の図に対し，角の二等分線の証明を読むことで，垂線が角の二等分線の特殊であることを生徒が発見できるのではないかと考える．

（２）情報活用能力との関連

情報活用能力は，数学科においては統計分野での関連が多く，図形と論証は関係が薄いように見える．しかし，論証をコミュニケーションの延長として捉えると，説得的で的確な表現へと洗練・推敲したり，ある証明を批判的に読むことなど，関連も見えてくる．論証が数学だけの閉じたコミュニケーション方法にならず，汎用的なコミュニケーション方法としても生徒が学んでいくようにしたい．

このような考えから，本時を体系表を通して見ると，作図の跡から仮定を整理することが「B①必要な情報を収集、整理、分析、表現する力」，２つの証明を見比べ既に垂線の証明はなされていることを読み取ることが「B②新たな意味や価値を創造する力」と関連すると考える。

４．本時の展開

主な学習活動と予想される生徒の反応	指導上の留意点
〈１．導入〉 T1（角の二等分線をかく）角の二等分線について，何を聞くと思いますか？ S1-1 何度か？　S1-2 他のかき方は？　S1-3 なぜか？ T2 この作図で，なぜ角を二等分できるのでしょうか．なぜ∠AOP=∠BOP となるのでしょうか．これは，前回学習した合同条件を用いると明確にできます．合同条件を用いるにあたり，合同そうな三角形が見出せますか？ S2-1 △AOP≡△BOP　S2-2 △OAB≡△PAB 問:∠AOP=∠BOP を示すには，△AOP≡△BOP を示したい。どの合同条件を用いてどのように説明するか？	 合同を直ぐ見出す生徒もいる可能性があり，集団として大きな差が生じかねない．合同条件を用いて∠AOP=∠BOP を示すという着想は与え，やりとりの中で着目する三角形を見つけてから，仮定を読み取ることを取り組むこととしたい
〈２．展開〉（１）練り上げ S2-1 ②作図の手順から OA と OB が等しく，AP と BP が等しい．また OP はどちらの三角形も用いており，3組の辺がそれぞれ等しい S2-2 ②OA=OB，OP＝OP，∠AOP=∠BOP であり，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい S2-3 ②OA=OB，∠OAP=∠OBP，AP=BP より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい T3 これまでやってきたことを振り返ると，ある事柄が成り立つ理由を，すでに正しいと認められた性質を根拠にして説明しました．このことを証明といいます．角の二等分線は，証明によってその理由が明確になりました．OA=OB といったすでにわかっている事柄を「仮定」，∠AOP=∠BOP という示したい事柄を「結論」と呼びます	◎作図の跡（手順）から，合同な三角形と仮定を見出すことができる ・形式的証明を教えることが目標ではないが，その意図は価値づけたい（例えば，記号化することで簡潔に表せること，OAP と OBP で対比的に表し他者に明瞭に伝えられることなど） ・証明の定義に関わるため，結論を用いてしまう生徒がいれば取り上げたい ・なぜ OA=OB であるのかなど，その理由を都度問い，正しいかの判断はできる限り教室に委ねたい．∠OAP=∠OBP など作図からはいえないことも同様にしたい
（２）演習 T4 垂線の作図について，先程と同様に証明してみようと思ったのですが，図形の得意な先生に，『さっきの証明を読めば，垂線の場合は証明しなくてもいいんじゃない？』と言われてしまいました．なぜ証明する必要がないのでしょうか？自分の考えをノートにかいてください S4-1 垂線の作図のときは，180°の角を二等分している S4-2 A が直線 BO 上に来ると，垂線の作図になる S4-3 角の二等分線の作図の場合は∠AOB は何でも良いが，垂線の作図の場合は∠AOB=180°という条件が付与されている	 ◎垂線の作図が角の二等分線の作図の特殊であることを理解することができる
〈３．まとめ〉 T5 それでは本日の振り返りをかいてください T6 今日は角の二等分線の作図方法について，作図の跡から等しい辺を探すことによって三角形が合同であることを示し，合同な三角形の対応する角が等しいことから，証明ができました．証明をよく読むと，垂線は角の二等分線の一つであり，既に証明してあることがわかりました．	・できる限り，生徒の言葉でまとめをしたい

＜引用文献＞　國宗進（2017）『数学教育における論証の理解とその学習指導』，東洋館出版社：東京．