修士論文要約

割合に関する児童・生徒の理解の実態についての一考察

金井　寛文

割合の問題は児童・生徒にとって難しいといわれている。しかし、それは本当であろうか。先行研究において、割合の問題を個々に分析しているものはあるが、それらを総合的に考察した研究はない。そこで本研究では、過去に行われた比較的規模の大きい調査に焦点をあて、長期的な視野に立って割合の理解の実態を明らかにする。

本研究では、「同一問題」「類似問題」とともに、「基準量」「比較量」「割合」の三つの要素から成り立ち、一つの演算だけで答えることができる問題を「基本的な割合の問題」とし、その正答率の経年変化を考察した。

「基本的な割合の問題」の正答率は長期的に見ると全体的に徐々に向上し、安定している。また、比の第２用法の問題の正答率は他の用法と比べて高く、安定していることが明らかになった。割合の指導では、比の第２用法を中心にして他の用法との相互関係を強調することが重要である。

１．修士論文の構成

序章　本研究の意図及び方法
- 0-1　研究の動機
- 0-2　研究の目的と方法

第１章　調査問題を分析する視点と方法
- 1-1　調査問題の概観
- 1-2　本研究で扱う割合の調査問題と分析の視点
- 1-3　本研究で用いた統計的手法

第２章　割合に関する児童･生徒の理解の実態
- 2-1　比の3用法に着目した割合の理解の実態：同一問題における経年変化
- 2-2　比の3用法に着目した割合の理解の実態：類似問題における経年変化
- 2-3　学習指導要領と割合の理解の実態
- 2-4　割合の調査問題における困難性
- 2-5　２章のまとめ

第３章　割合に関する児童･生徒の理解の実態の考察
- 3-1　割合の問題に関する児童・生徒の理解の実態の考察
- 3-2　割合指導への示唆

第４章　まとめと今後の課題
- 4-1　まとめ
- 4-2　今後の課題

２．研究の目的・方法

割合の問題は、児童・生徒にとって難しいといわれている。しかし、本当にすべての割合の問題が、児童・生徒にとって難しいのであろうか。そして、できないのであろうか。

割合の問題と一口にいっても、「割合」を求める問題、「比較量」を求める問題、「基準量」を求める問題と 3 種類はあり、それらの難易度については明らかになっていない。文部省等の大規模調査にも、割合の問題は出題されているが 3 種類のすべてが一度に出題されることはない。もちろん、文部省の調査は調査人数も多く信頼度は高い。しかし、割合の理解の実態を見るためには、それだけでは不十分であり、複数の調査問題をまとめてみる必要性があるのである。

過去において、割合の問題を個々に分析している研究はあるが、それらを総合して長期的な視野に立って分析をした研究はない。そこで、本研究では、過去に行なわれた調査の全体を視野に入れ、割合に関する、特に「同種の量」の割合に関する児童・生徒の理解の実態について明らかにすることを目的にする。

上記の目的を達成するために、以下のような手順をとった。まず、過去に行われた比較的規模の大きな調査を調べ、割合の問題をすべて選び出し、その正答率から割合の理解の実態の概要をとらえた。次に、本研究で扱う割合の問題を、「同一問題」「類似問題」「基本的な割合の問題」に分類した。

「同一問題」とは、文字通り、素材、文脈、値などが全く同じ問題である。正答率の経年変化を考察するには、同一問題を扱うことが理想である。実際、文部省や国立教育研究所が行っている達成度調査、理数追跡調査等は、同一問題を異なる年度で使用し、理解の実態を比較することが行われている。しかし、同一問題をくり返し使用すると信頼性が失われることが危惧される。

「類似問題」とは、この問題点を解決するために出題された問題で、問題の構造が同じで、数値が多少異なる問題である。大阪教育研究所が行っている「算数診断テスト」、埼玉県入間地区が行っている「算数数学学力調査」は 30 年以上の長期に渡って実施されているが、これらの調査では同一問題での出題は 2、3 年で止め、かわりに類似問題が出題されている。経年変化を見るときに、この類似問題でも考察していく。

さらに、本研究ではより総合的に割合の理解の実態を捉えるために「基準量」「比較量」「割合」の三つの要素で構成されている問題を「基本的な割合の問題」として、考察の対象に据えた。換言すれば、割合の問題であっても、演算を複数回用いる問題、付加的な要素があるために極端に正答率が低い問題は、対象から省いたのである。このようにすることによって、過去に行われた調査問題を総合的に見て、割合に関する児童・生徒の理解の実態を明らかにしていくのである。

「基本的な割合の問題」とは、次の問題である。

とも子さんの組の人数は 32 人です。組全体の 25%にあたる人が先週欠席しました。欠席した人は何人でしょう。（入間の算数数学学力調査：平成 5 年　61.0%）

ここで、比較量をＡ、基準量をＢ、割合をｒとして、問題の構造を明らかにする。なお、（　）は数字ではなく日本語による表記で、

□で囲ってあるのは問われている量を表す。

とも子さんの組の人数は32人です。組全体の
(B)　B　(B)
25%にあたる人が先週欠席しました。欠席した人
r　(A)　(A)
は、何人でしょう。

以上のように構造化をすると、この問題はＡ・Ｂ・ｒの三つの関係で問題が構成されていおり、「基本的な割合の問題」の典型である。

一方、次の問題は、ｒ'＝１+0.15　という付加的な計算をするか、Ａ×0.15を求め、これにＡを加える必要がある。

南中学校の昨年の在籍者数は1172人でした。
(B)　B
今年の在籍者数は、昨年より15パーセント
(A)　(B)　r'
多くなりました。この学校の今年の在籍者
(A)
数のおよその数は、次のどれですか。

（第３回国際数学・理科教育調査：平成７年 49.2%）

この付加的な計算が影響して正答率は、49.2%と低くなっている。このように、付加的な計算の処置が正答率を下げているという問題については、別稿にゆだねることにし、この種の問題は、考察の対象から除外した。

分析の視点は、次の三つとした。1 点目は比の 3 用法である。比の 3 用法とは、比の第 1 用法（「割合」を求める問題）、比の第 2 用法（「比較量」を求める問題）、比の第 3 用法（「基準量」を求める問題）である。2 点目は、学習指導要領である。昭和 27 年から平成 10 年までの調査とその結果を考察の対象とするので、そこでの学習指導要領の影響を考慮する必要があると考えたからである。3 点目は、割合の調査問題における困難性である。割合の問題の理解を困難にする要因は何であるかということである。

そして、各指導要領別に正答率の比較をするために、「正答率の平均」という考え方を用いることにして、時代ごとの変化を分析した。

正答率の平均＝ Σ（問題ｎの正答者数※）
／ Σ問題ｎの調査対象数

※　問題ｎの正答者数＝問題ｎの調査対象数×
ｎの問題の正答率

次に、正答率の低い問題（正答率 40%以下）、正答率の高い問題（正答率 65%以上）に着目して割合の調査問題における困難性を分析した。

最後に、分析の結果を踏まえて、割合の問題に関する児童・生徒の理解の実態の考察をし、割合指導への示唆を与えた。

３．割合に関する児童・生徒の理解の実態

この項では、最初に比の 3 用法に着目して同一問題・類似問題の正答率の経年変化を見る。次に、学習指導要領に着目して割合の理解の実態を考察する。ここで扱う調査問題は、母集団が 150 人以上あり、特に「算数診断テスト」は約 2000 人、「算数数学学力調査」は、1 万人もの人数で行っているので、信頼性については問題ない。

3-1 比の 3 用法に着目した割合の理解の実態：同一問題に着目した割合の理解の実態

ここでは、有意差検定を行い同一問題の正答率の経年変化を分析した。

3-1-1　比の第１用法

小学校5年生において、同一問題は６題あった。有意差があるものが5題（5%有意水準、以下同様)、ないものが１題であった。有意差があるもので下がっているのは１題であり、それ以外は、上がっていた。

小学校６年生に同一問題は５問あり、有意差があって正答率が下がっている問題はない。

中学校１年生の同一問題は、２題あった。これも有意差があって正答率が下がっている問題はなかった。

比の第1用法は全体的に、問題の正答率は上がっており、下がっている問題であっても正答率約60%で高いことがわかる。

3-1-2　比の第2用法

小学校５年生における同一問題は２題あり、それらの有意差はなかったが、正答率そのものは60%以上の正答率を示していた。

小学校６年生の同一問題は、３題あった。有意差は、３題すべてにあり、正答率は上がっている。

中学校１年生は、同一問題はなかった。

3-1-3　比の第3用法

小学校５年生の比の第３用法の同一問題は、３題あった。その中で、有意差があって正答率の下がっている問題は１題だけであった。

小学校６年生は、同一問題はなかった。

中学校１年生の同一問題は２題あったが、それらは両方とも正答率は上がっていた。

3-1-4　まとめ

以上まとめると比の第１用法の同一問題は、全体的にその正答率は上がっている。下がっている問題であっても正答率約 60%で高いことがわかった。

比の第2用法も同一問題に関しては、正答率は、ほとんど上がっているか、もしくは、変化がなくても高い正当率である。

比の第 3 用法に関しても、正答率が極端に下がっている問題はなかった。

また、各用法とも時代によって正答率そのものに違いがある。昭和 30 年代の正答率は低い傾向がある。同一問題における正答率の上昇は、この低い正答率を背景に見出された。

一方、昭和 60 年代の正答率は高い傾向がある。だが、同一問題に限定すると、各時代どのような傾向かという点についてはよくわからない。そこで次項では、対象問題数を多くするために類似問題を視野に入れ、各時代において、正答率がどのような傾向があるのかを見てみることにする。

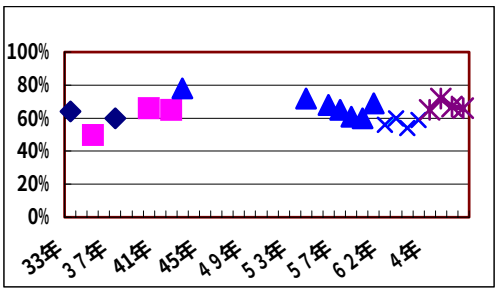
3-2 比の 3 用法に着目した割合の理解の実態：類似問題に着目した割合の理解の実態

本項では、同一問題とはいえないが問題の構造（文章の内容や数値の使い方）が同じものを類似問題として正答率の経年変化の分析する。その推移を有意差検定で、有意水準10%で考えた。本来ならば、3%か5%で考えるのであるが、特徴を出しやすくするために有意水準を低くした。

3-2-1　比の第１用法

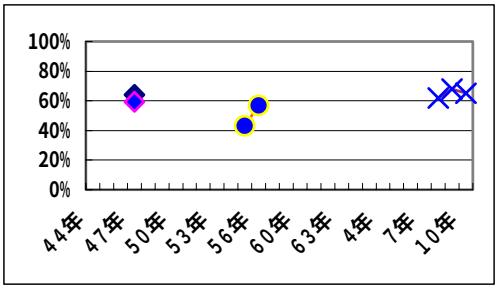
小学校５年生の類似問題は、５種類あげることができた。グラフ１が昭和 33 年から平成 10 年までの類似問題の正答率の経年変化の様子である。昭和 53 年から昭和 63 年の▲の

問題に有意差が見られ、正答率が下がっている。他の問題に関しても有意差が見られて正答率が上がっているものもあるが下がっているものもある。グラフ全体からいえることは、類似問題に関しては小学校５年生の比の第１用法は、ある程度の正答率を維持していることがわかる。



【グラフ 1】　小学校５年生　比の第１用法類似問題の経年変化

小学校 6 年生に関しては、3 題の類似問題をあげることができた。（グラフ２）平成 10 年の問題間に有意差があり、有意水準 5%で正答率は下がってはいるが高い率を示している。問題数が少ないので長期的な比較はできないが、時代が進むと正答率は上がっていることがわかる。



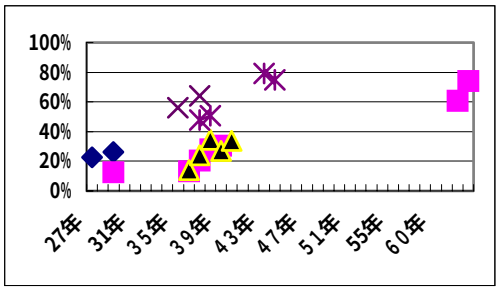
【グラフ 2】　小学校６年生　比の第１用法類似問題の経年変化

中学校１年生に関しては、類似問題が１題であり、実施回数は 4 回であった。昭和 33 年版の指導要領内における比較ということになる。昭和 37 年から極端に正答率が下がっていた。有意差もあった。その理由は、数値的な問題があると考えられた。全体的に正答率は 40%前後で高くない。

3-2-2　比の第２用法

小学校５年生の類似問題は、１題しかなかった。昭和 42 年と 43 年の問題であったが、正答率は上がっており有意差もみられた。

小学校６年生の類似問題は５題あり、実施回数は、（◆：２回、■：８回、×：２回、*：４回、▲：５回）であった。その経年変化を下のグラフに示す。（グラフ３）これらの問題で有意差があって正答率が下がっている問題は、昭和 38 年から 39 年のものと昭和 43 年から 44 年のものだけであった。それ以外は、正答率は上がっていた。



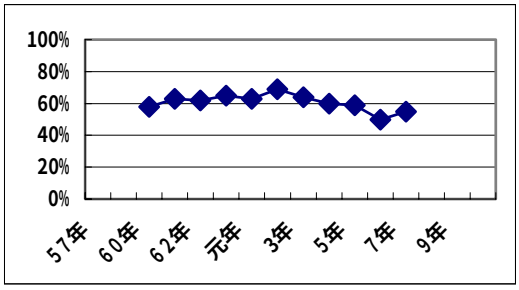
【グラフ３】小学校６年生　比の第 2 用法類似問題の経年変化

中学校１年生は、１題の類似問題であり、実施回数２回で、小学校５年生、小学校６年生と同じように有意差ありで正答率が上がっていた。

3-2-3　比の第３用法

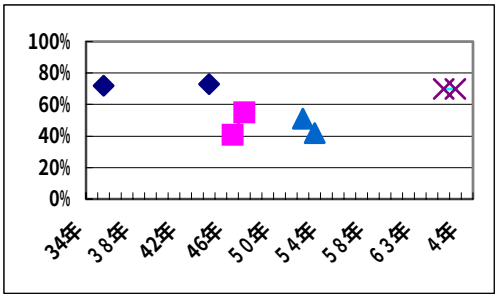
小学校５年生の類似問題は１題であったが長期的に 11 回実施されており、長期的な比較ができる。（グラフ４）この類似問題は昭和

60 年から平成 7 年までの問題である。このグラフ５から、全体的に約 60%の正答率を維持していることから低いとはいえない。一方、平成 2 年までは向上しているがそれ以降は少し下がっていて有意差もあった。



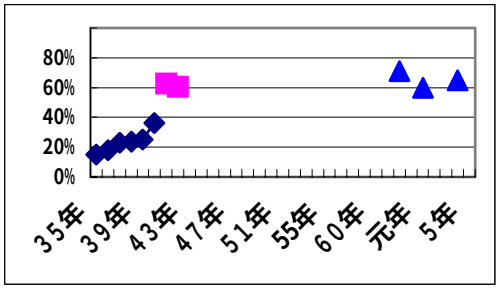
【グラフ４】小学校５年生　比の第 3 用法類似問題の経年変化

小学校６年生の類似問題は４題であった。（グラフ５）このグラフから、２種類の類似問題（◆、×）が、かなり高い正答率を維持していることがわかる。一方、他の２種類(■、▲）と使われている数字の組は似ているのであるが正答率に差があることがわかる。その原因の一つは、出題される要素の順番ではないかと考えた。つまり、正答率の高い問題は「比べられる量」→「割合」に対して正答率が低い問題は、「割合」→「比べられる量」といった具合に出題されていることが、正答率の大きな違いになっているのである。このことについては、後の項で詳しく述べる。



【グラフ５】　小学校６年生　比の第 3 用法類似問題の経年変化

中学校１年生の類似問題は、３題であった。（グラフ６）このグラフから、２種類の類似問題（■、▲）が、かなり高い正答率を維持していることがわかる。この形に関しては、良くできる傾向が見うけられる。昭和 35 年から 42 年の正答率の変化をみてみると、改訂の要旨が徹底するにつれて有意差ありで正答率は向上していることがわかる。しかし、正答率そのものは決して良いものではなく、むしろ低いということがいえる。他の問題（■、▲）の正答率は、下がっているが正答率 60%であることからそれほど悪いとはいえない。



【グラフ６】中学校１年生　比の第 3 用法類似問題の経年変化

3-2-4　まとめ

この項では、比の 3 用法において類似した問題についての傾向を分析した。その結果、部分的ではあるが時代的な傾向がつかめた。

比の第 1 用法においては、全体的に正答率は高いが、正答率の安定度に欠ける。比の第 2 用法に関しては、小学校 5 年生の昭和 43 年版学習指導要領時代は高い正答率で大きな変化はない。比の第 3 用法は、小学校 5 年生の昭和 52 年版学習指導要領時代と平成元年度の指導要領時代を比べると若干平成元年度のほうが下がる傾向があるが、正答率そのものは高い値を示している。また、中学 1 年生の昭和 33 年版の指導要領時代も小学校 5 年生、

小学校６年生と同じように正答率そのものは良くないが、徐々に向上している。

これらのことから、すべての用法において当てはまるかどうかはわからないが、改訂の要旨が徹底するにつれて正答率は徐々に向上している傾向が見出せる。また、この項で扱った問題の中で昭和 43 年版学習指導要領時代以降、比の第２用法は極端に正答率が下がっている問題がなかったことから高い正答率で大きな変化はないということがいえる。

次項では、学習指導要領の影響に焦点を当て割合の問題を分類してその傾向を分析し、その特徴を明らかにしていく。

3-3　学習指導要領と割合の理解の実態

本項では、やはり割合の問題の正答率を比較するのではあるが、ここでは正答率の平均という考えを導入する。

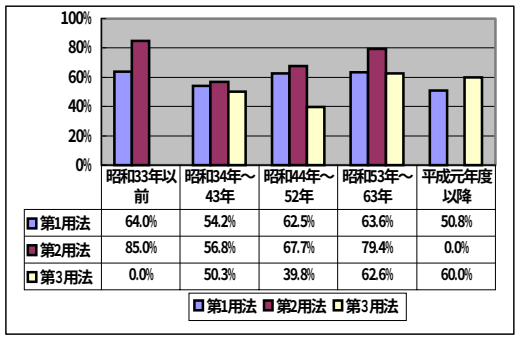
例えば､昭和 33 年版指導要領５年生の比の第１ 用法で求める問題が三つあったとする。それらの問題をａ、ｂ、ｃとし、それぞれの調査対象人数がA、B、C、正答人数をa_1、b_1、c_1、だったとする。もちろん、調査対象人数は表記されているし、正答人数は調査対象人数に正答率をかければでてくる。つまり、正答率の平均（N）は、

$$N=(a_1+b_1+c_1)/(A+B+C)\times 100$$

ということになる。

3-3-1　小学校５年生の時代別正答率の平均

小学校５年生は、昭和 33 年度版学習指導要領の時に正答率が下がっているが､それ以降、学習指導要領が改訂されるにつれ正答率は上がり、比較的安定していることがわかる。（グラフ７）特に、比の第２用法がどの指導要領の時でも正答率が高い。また、徐々にではあるが比の第２用法の正答率は向上しているといえよう。なお､昭和 33 年以前の問題について、正答率が高い傾向がみられるが、このことは、比の第１用法、比の第２用法とも１題（算数診断テスト）しかデータが手元にないことも影響している。



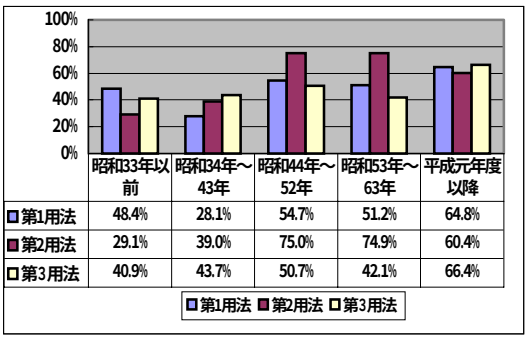
【グラフ７】

小学校５年生の時代別正答率の平均

3-3-2　小学校６年生の時代別正答率の平均

小学校６年生は､グラフ８から昭和 43 年版学習指導要領以降、正答率の上昇がかなり高い。各指導要領において、小学校５年生と比べると、正答率が低いが、平成元年度版の学習指導要領では、小学校６年生のほうが正答率は高くなっていることがみうけられる。また、指導要領の改訂につれ各用法の差はなくなってきており、平成元年以降の指導要領では、その差がほとんどなくなっていることも特徴的である。また、この学年も、比の第 2 用法がどの指導要領の時でも正答率が高く、

全体的に割合の問題の正答率は徐々に向上している。



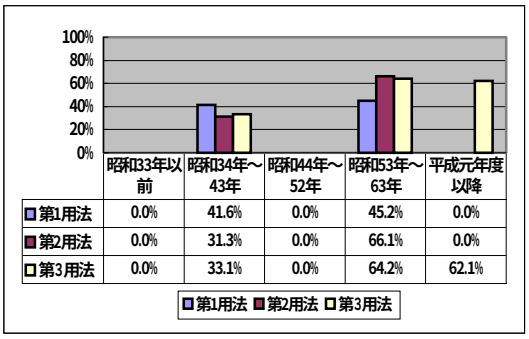
	昭和33年以前	昭和34年～43年	昭和44年～52年	昭和53年～63年	平成元年度以降
第1用法	48.4%	28.1%	54.7%	51.2%	64.8%
第2用法	29.1%	39.0%	75.0%	74.9%	60.4%
第3用法	40.9%	43.7%	50.7%	42.1%	66.4%

【グラフ８】

小学校６年生の時代別正答率の平均

3-3-3　中学校１年の時代別正答率の平均

中学生は、小学生に比べて比較する時代が少ない。全体的に、時代が進むと正答率はどの用法も上がっていることがわかる。（グラフ９）この学年も、第 2 用法の正答率は高い傾向がある。また、時代を追っていくと、正答率という点では悪くなっているという印象はない。



	昭和33年以前	昭和34年～43年	昭和44年～52年	昭和53年～63年	平成元年度以降
第1用法	0.0%	41.6%	0.0%	45.2%	0.0%
第2用法	0.0%	31.3%	0.0%	66.1%	0.0%
第3用法	0.0%	33.1%	0.0%	64.2%	62.1%

【グラフ９】

中学校 1 年生の時代別正答率の平均

3-3-4　まとめ

「割合」が、学習指導要領ではじめて出てきたのは、昭和 33 年版の学習指導要領である。それまでは、「割合」という単元はなく、体系的に指導はされていなかった。改訂の中心は、算数の時間数、分数の乗除までを算数で行う、ということであった。その影響もあって、昭和 33 年版学習指導要領の時に全体的に正答率が下がったのだと考えられる。次の昭和 43 年版の学習指導要領では、「割合」の項目はなくなっているが、33 年版の学習指導要領で「割合」の項目に盛り込まれていた内容は各領域に分散された。昭和 52 年版、平成元年版は、昭和 44 年版と同様に、「割合」は小学校 5 年生で出てきており、扱いもあまり変わらないように感じられた。

学習指導要領と割合の理解の実態について、過去に行われた調査問題の比較をするために、正答率の平均という考え方を使い、長期的な視野に立って正答率の特徴を分析した結果、小学生の正答率は指導要領が改訂されるにつれて全体的に向上していることが明らかになった。中学生の正答率は、小学生とあまり変わらない結果であった。さらに、各指導要領において比の第 2 用法の問題の正答率は他の用法と比べて高く、また、安定しているという実態がみいだせた。

総括すると、「基本的な割合の問題」の児童・生徒の理解の実態は、先に述べた同一問題、類似問題と同様に、その正答率は徐々に向上し、安定しているということである。特に、比の第 2 用法の問題の正答率は他の用法と比べて高く、また、安定している。

3-4　割合の調査問題における困難性

割合の調査問題における困難性について、正答率の低い問題（正答率 40%以下）、正答率の高い問題（正答率 65%以上）に着目して割合の調査問題における困難性を分析した。

3-4-1　正答率の低い問題の分析

正答率の低い問題に共通していえることは、数量の関係がとらえにくいということである。その理由として次の 2 点をあげる。一つは、問題文に示された数値の複雑性（帯分数の問題など）、及び、不自然性（「12 割」など）と、もう一つは、二つの数量を比べる必然性が必ずしも明確でないことである。

・数値の複雑性の問題

ある数の21/25は、197・2/5です。ある数はいくらですか。
（学習能力習得状況調査 昭和 51 年：32.3%）

・数値の不自然性の問題

今月のガス代は、2520円でした。これは、先月のガス代の12割にあたります。先月のガス代はいくらですか。
（算数診断のまとめ 昭和44年：31%）

・二つの数量を比べる必然性が必ずしも明確でない問題

よしひろさんは、おこずかいを1000円もっています。このおこづかいで、800円の本と200円のノートを買いました。ノートのねだんは、本のねだんの何%にあたりますか。
（小学校算数ペーパーテスト 平成6年：31.4%）

普通割合は、同種の量を使って比較する。面積の比較であったら面積で、値段であったら値段で比較する。そういう意味では同じ量を使ってこれらの問題は比較しているのであるが、「ノートの値段と本の値段」の比較を考えたときに、「ノートの値段と本の値段」を百分率で表すことはあるのかということである。このように、問題文によって児童は「実際に使わない」と考えてしまうような問題であるのでこの問題はあまり適切ではないと考えた。実際、この問題は小問2題からなっており、最初の問題は「おこづかいと本の値段」の関係を問うている。「おこずかいのうちのどれくらいなのか」ということは、日常良くあるため正答率は59.1%で悪くない数値である。

3-4-2　正答率の高い問題の分析

正答率65%以上の問題に共通しているものを考えてみることにする。正答率が高い問題に共通していることは、数量の関係がとらえやすいということであった。その理由として、次の２点をあげる。

一つは、「全体 - 部分」の関係がとらえやすい。例えば次のような問題である。

・部分 ―全体の意味構造を有する問題文

山田君の学級の人数は40人で、きょうの欠席者は２人です。欠席者は学級全体の人数の何%にあたりますか。（算数診断のまとめ 昭和57年：65.0%）

もう一つは、用法に関係なく、数値の順序が「ＢｒＡ」の構造になっている、ということである。具体的に示すと以下のような構造の問題である。

・数値の順序が「ＢｒＡ」の構造になっている問題

◆　比の第1用法

Ｂ（ｒ）Ａ 型

1.5ｋｇの何倍が3.6ｋｇですか。

Ｂ　（ｒ）　Ａ

（小学校算数達成度調査 昭和56：79.9%）

◆　比の第2用法

Ｂｒ（Ａ）型

5年生全体の人数は120人です。その5%はめがね
（B）　　B　　r
をかけています。めがねをかけている人は何人です
（A）
か。（算数診断のまとめ 昭和40年：66.0%）

◆　比の第3用法

（Ｂ）ｒＡ型

□円の95%は、1900円です。
（B）　r　　A
（算数診断のまとめ 昭和63年：65.0%）

分析から得られた示唆としては､「基本的な割合の問題」の児童・生徒の理解の実態は、正答率という観点から

(1) 比の 3 用法という分類の視点でみると、比の第 2 用法の問題の正答率は他の用法と比べて高く、また、安定している
(2) 全体的に向上し、安定している
(3) 「基準量」を求める問題（比の第 3 用法）の正答率が特に低いということはない

ということである。また、2 つの数量を比べる必要性が薄い問題の正答率は低いということが見出された。

そして、本論文によって、一つの調査問題を分析することと同様に長期的な視野に立って個々の調査問題を総合して分析する必要性と有効性が明らかにされたといえよう。

４．指導への示唆

比の第 2 用法の問題の正答率は他の用法と比べて高く、また、安定しているという分析結果をふまえて、割合の理解への手助けとなるような指導の示唆として次の点が指摘できる。すなわち､「すべての割合の問題は児童・生徒にとって難しい」という先入観を持たないで割合の指導をしなくてはならない。

そして、正答率が高く、また、安定している比の第 2 用法を中心にすえ、他の用法との相互関係を強調する指導が重要である。

５．まとめと今後の課題

今回は、調査問題を使って割合の理解を分析した。割合は、百分率、比、歩合等と密接に関わっているが、それらは割合の表現にすぎない。割合の理解の背後にあるのは、除法の理解、及び小数倍、分数倍の理解である。したがって、割合の理解と除法の理解、小数倍、分数倍の理解との関連についての分析が今後の第一の課題である。

また、本論文で比の第 2 用法を中心にした割合指導の重要性について述べた。比の第 2 用法を中心にした指導系統を具体的に明らかにすることも今後の課題である。

主要引用・参考文献

・田端 輝彦（1987）割合の指導について,東京学芸大学修士論文.
・渡辺正八（1957）割合について,日本数学教育学会誌,第 39 巻 8 号.pp.122-125.
・渡辺正八（1957）割合について（２）,日本数学教育学会誌,第 39 巻 10 号.pp.128-130.

かない　ひろふみ

東京学芸大学教育学部付属小金井中学校
〒184-8501　小金井市貫井北町　4-1-1